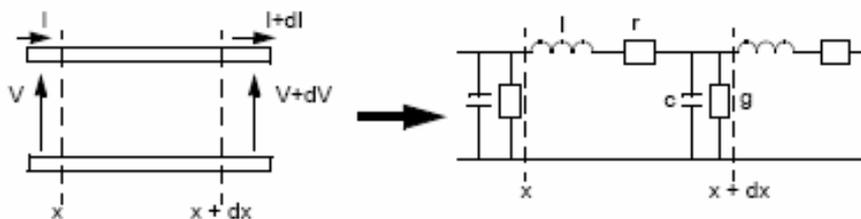


## Linee di Trasmissione

I fenomeni di propagazione del campo elettromagnetico in un conduttore diventano significativi alle frequenze per cui la lunghezza d'onda è confrontabile con le dimensioni del conduttore.

A queste frequenze i collegamenti elettrici tra due punti non possono più essere descritti da un sistema a parametri concentrati ma dobbiamo descriverli tramite un approccio a parametri distribuiti.

La tensione e la corrente lungo una linea di trasmissione variano con la posizione



Si ha:

$$\frac{dV}{dx} = -IZ$$

$$\frac{dI}{dx} = -YV$$

Dove

$$Z = r + j\omega l$$

e

$$Y = g + j\omega c$$

I parametri  $r$ ,  $l$ ,  $g$  e  $c$  sono i parametri della linea per unità di lunghezza (costanti primarie della linea).

Dalle equazioni precedenti, con una operazione di derivazione, si ricava:

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} - \gamma^2 V(x) = 0 \qquad \frac{d^2 I(x)}{dx^2} - \gamma^2 I(x) = 0 \qquad (1)$$

Con

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(r+j\omega l)(g+j\omega c)} = \alpha + j\beta$$

Detta costante di propagazione della linea.

$\alpha$  e  $\beta$  sono dette rispettivamente costante di attenuazione e costante di fase della linea.

Si ha che  $\beta\lambda=2\pi$  (2)

se  $\lambda$  è la lunghezza d'onda del segnale.

Le soluzioni generali delle equazioni (1) sono:

$$V(x) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x}$$

$$I(x) = \frac{A}{Z_0} e^{-\gamma x} - \frac{B}{Z_0} e^{\gamma x}$$

Dove

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

è l'**impedenza caratteristica** della linea di trasmissione.

Dunque possiamo vedere la tensione e la corrente lungo una linea di trasmissione come costituite da una coppia di onde che viaggiano in direzioni opposte con velocità di fase  $v_p = \omega / \beta$ .

Quest'ultima espressione si ricava da  $v_p = \lambda/T = \lambda f = \lambda\omega / 2\pi$  e, tenendo conto della (2), si ha  $v_p = \omega / \beta$ .

Se la linea di trasmissione termina con un carico  $Z_L$ , si può definire un coefficiente di riflessione (indicato con  $\Gamma$ ) che mette in relazione onda diretta ed onda riflessa.

Si può dimostrare che, detto  $\Gamma_0$  il valore di  $\Gamma$  sul carico, si ha:

$$Z_L = Z_o \frac{1 + \Gamma_o}{1 - \Gamma_o}$$

Ovvero

$$\Gamma_o = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} \quad (3)$$

Pertanto si nota che in una linea opportunamente adattata, con  $Z_L = Z_o$ , non ci sono riflessioni, in quanto  $\Gamma_o = 0$ .

Consideriamo adesso alcuni casi particolari.

### ***Linea priva di perdite***

In una linea di trasmissione senza perdite si ha:  $r = g = 0$ , pertanto, dall'espressione del coefficiente di propagazione,

$$\gamma = j\beta$$

$$\alpha = 0$$

$$\beta = \omega \sqrt{lc}$$

$$v_p = 1 / \sqrt{lc}$$

Quindi in una linea priva di perdite il segnale si propaga con una velocità costante ed indipendente dalla frequenza, senza subire attenuazione.

Una linea reale ha perdite molto piccole, tali da poter dire che questi risultati hanno validità pratica.

### ***Definiamo il R.O.S. (Rapporto d'onda stazionaria).***

La somma delle due onde viaggianti in direzioni opposte in una linea di trasmissione produce una configurazione ad onda stazionaria, ovvero con un andamento sinusoidale in funzione del tempo, la cui ampiezza è funzione della posizione.

I valori massimo e minimo sono:

$$|V|_{\max} = |A| (1 + |\Gamma_0|)$$

$$|V|_{\min} = |A| (1 - |\Gamma_0|)$$

Il rapporto d'onda stazionaria viene definito da:

$$\text{ROS} = |V|_{\max} / |V|_{\min} = |I|_{\max} / |I|_{\min} = 1 + |\Gamma_0| / 1 - |\Gamma_0|$$

#### *Linea in corto circuito*

Nel caso in cui una linea di trasmissione termini in un corto circuito ( $Z_L=0$ ), si ha che  $\Gamma_0=-1$ , dalla (3).

Il segnale riflesso avrà ampiezza analoga a quello del segnale incidente, ma fase opposta.

#### *Linea in circuito aperto*

Nel caso in cui una linea di trasmissione termini con un circuito aperto ( $Z_L=\infty$ ), si ha che  $\Gamma_0=1$ , dalla (3) facendo tendere  $Z_L$  a  $\infty$ .

Il segnale riflesso avrà ampiezza e fase analoghe a quello del segnale incidente.

#### Bibliografia

Appunti di Elettronica per le Telecomunicazioni  
Università del Sannio a.a. 2008-2009